**Transformada de Fourier**

Bienvenidos a este cuarto video de "Aplicaciones de la Transformada de Fourier". En el video de hoy veremos una formalización matemática de la Transformada de Fourier introducida en el video anterior.

**Formalización Matemática**

Para comenzar recordemos el objetivo de la Transformada de Fourier: encontrar los Coeficientes de Fourier de una señal con período infinito:

Consideremos una versión de los coeficientes de Fourier escalada por T. Consideremos entonces, una transformación tal que

Su expansión en Series de Fourier sería

Vemos ahora que cuando , la variable discreta se reemplaza por una variable continua

**Distribución de la energía en frecuencias**

Podemos concluir que, para una función no periódica, la energía de la señal no se concentra en algunas frecuencias del espectro, si no que se distribuye en todas las frecuencias. Esto implica que las frecuencias involucradas ya no se indexan mediante una variable discreta, si no por una variable continua. El espectro se convierte en una función continua en la frecuencia.

Entonces, tenemos que:

Y vemos que la expresión para la Serie se reemplaza por una integral

**Convergencia**

Obviamente estas expresiones solo tienen sentido si las integrales también lo tienen. Lamentablemente, en muchos casos de interés, estas expresiones integrales no convergen. Es por esto que es necesario considerar primero el espacio de funciones integrables ,luego el espacio de funciones cuadrado integrables y finalmente el espacio de las distribuciones temperadas.

**Ejemplo:**

transformada de Fourier de un rect

\*\*Demostración:\*\*

Para resolver esto planteamos la transformada de Fourier como una integral:

Producto de la definición de rect podemos cambiar los límites de integración tal que:

A continuación integramos:

A continuación, reemplazo en los límites de integración:

Re ajustando términos:

Sabemos que el seno como exponencial compleja se escribe de la forma:

Entonces, la expresión equivale a. Reemplazando:

Para terminar, sabemos que la función sinc(x) se define como por lo que para transformar el resultado de la transformada en un sinc: